2025/6/3

大学院数値解析特論課題

吉川　浩

提出期日：2025 年 7 月 22 日（火）20 時

提出方法：7 月 22 日 4 時限目に確認を受けるか，課題の結果をメールに添付して（yoshikawa.hiroshi@nihon-u.ac.jp）あてに提出．不備の場合は再提出となるのでなるべく早めに提出すること．

課題内容：

1. 教科書の問題を解く（必須）

   教科書の 4 章から 7 章までの問から 3 問以上解答すること．ただし，内容の類似した問を複数問解答した場合は，まとめて 1 問とみなす．また，問から発展した応用的な解答は加点となることがある．

2. 自由課題（選択）

   ・自分の研究で数値解析を行っている場合，その概要とオリジナリティなどの工夫している点について説明する．

   ・数値計算の応用についての新しいアイデアについて説明する．実例を加えても良い．

   ・講義で紹介したパズルやそれに類するものを解いた結果とそのプログラムを添付する．

注意事項：

- 使用する言語およびソフトは自由だが，何を使ったか明記し，必要に応じてソースコードや使用したファイル等を添付すること．
- 7 月 22 日 4 時限目は 224 号室で質問の対応および課題の受付をおこなう（希望者のみ）．この時間にメールで質問してもよい．
- この文書及び教科書の問とプログラムリストは，以下の URL からダウンロードできる．

  http://yylab.ce.cst.nihon-u.ac.jp/~hiroshi/Class/Na/index.html

テキスト 4 章から 7 章の問

問4.1 **リスト4.1** (Sabun.java)で，h の値を変化させたときに計算結果の精度がどう変化するかを調べよ．また，様々な関数での結果を比較せよ．**追記:** hを広い範囲で変化させ， 誤差の絶対値が最小となるhの値を求めよ．

問4.2 **リスト4.1** (Sabun.java)を後方差分と中心差分の結果も出力するように変更し，様々な関数で計算結果を比較せよ．

問4.3 **リスト4.3** (Sekibun.java) で，区間分割数n を増やしていくと，誤差はどのように変化するかを検討せよ．また，n を減らしたときはどうなるか？

問4.4 例題に示した関数以外の場合について，矩形法，台形法，シンプソン法による数値積分の誤差を比較せよ．

問5.1 2分法で$f(x) = \sin x$ とし，根の初期値を$a = 3, b = 4$として根を求め，答えを円周率π の値と比較せよ．

問5.2 2分法では根の初期値a, b の間に3 個以上の根があってもそのうちの1個しか求められない．すべての根を求めるにはどんな方法が考えられるか？

問5.3 **リスト5.3** (Newton.java) において，計算の途中経過を表示することで，根の近似値がどのように収束していくかを調べよ．

問5.4 ニュートン法において収束が悪い場合の対策として，あらかじめ決めておいた回数だけループを繰り返しても根の近似値が収束しない場合は，「処理を中断します」と印字してプログラムを終了するように**リスト5.3** (Newton.java) を変更せよ．

問5.5 $f(x) = \tan x - x$ において，$x = 0$ 以外の根をニュートン法においていくつか求めよ．その答えが正しいかどうかを2 分法の結果と比較することで確認せよ．ただし，$\tan x$ は$x = \pi/2 + n\pi$ ごとに不連続となることに注意し，不連続点を根としないように気をつけること．

問6.1 Vec3d クラスを利用してベクトルの様々な演算を試してみよ．

問6.2 2つのベクトル$\boldsymbol{a} = (1.0, 2.0, 3.0)$ と$\boldsymbol{b} = (4.0, 5.0, 6.0)$ がある．ベクトル$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + t\boldsymbol{b}$ が$\boldsymbol{a}$ と垂直(内積= 0) となるようなt の概略値を求めたい．そこで，t の値を-1 から$+1$ まで，0.1 刻みで変化させて，内積$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}$ の値を調べよ．

問6.3 複素数を$c = re^{i\theta}$ と表したとき，c の平方根を，

$$\sqrt{c} = \sqrt{r}e^{i\frac{\theta}{2}} \tag{6.15}$$

と定義する(厳密には平方根は2 つ存在する)．この式を利用して複素数$c = a + ib$ の平方根を求めるメソッドを**リスト6.6** に追加せよ．

問6.4 実数部と虚数部の代わりに，複素数を$c = re^{i\theta}$と表したときのr とθを変数とする複素数を計算するクラスを作成せよ．

問6.5 2行2列の行列と2 次元のベクトル(2 行1 列の行列と考えても良い)の積を計算するプログラムを作成せよ．

問6.6 4行4列以上の任意の正方行列をつくり，**リスト6.10** (Determinant.java) により行列式の値を求

め，筆算の結果と比較せよ．

問6.7　4元以上の連立方程式を作り，**リスト6.11** (Cramer.java) で正しく答えが求まるかどうかを確認せよ．

問6.8 **リスト6.12** (Renritsu.java) の係数行列では対角要素が0 になった場合を確認できないので，これを

```
double a[][] = {{0, 1, 1}, {1, 2, 2}, {1, 2, 3}};
double b[] = {5.0, 11.0, 14.0};
```

に変更して正しく答えが出るかどうかを確認せよ．なお，上記の係数行列と定数項から求まる未知数は，**リスト6.12** (Renritsu.java) の実行結果と同じである．

問6.9 未知数の数が100 を超えるような連立方程式を，行列を用いた方法(**リスト6.11**）と消去法(**リスト6.12**）で解いて，計算時間を比較せよ．**ヒント**：大きな連立方程式の係数行列と定数項を手入力で設定するのは効率的でないので乱数を使って良い．

問6.10 解の求まらない連立方程式を**リスト6.12** (Renritsu.java) で解こうとするとどのような結果になるか？また，その理由を考えよ．

問6.11 元の行列と，**リスト6.13** (Inverse.java) により求めた逆行列の積を求めよ．理論的には単位行列になるはずだが，計算精度の確認に有効である．

問7.1 **リスト7.1** (Pi.java) ではarctan(x) を計算するときの項数を指定している．項数を指定せず，n 番目の項の絶対値が10^{-16} 以下になったら計算を終了するように変更せよ．

問7.2 式(7.1）から円周率を求めるプログラムを作成し，計算する項数を変化させたときに円周率にどの様に近づいていくかを検討せよ．

問7.3 **リスト7.3** (Multi2.java) を参考にして，多桁の整数どうしの掛け算を行なうプログラムを作成せよ．

問7.4 **リスト7.5** (Pi2.java) のままでは負の数の扱いが不十分である．たとえば，

```
x1[0]=1;
x2[0]=2;
sub(x1, x2);
```

を実行するエラーとなる．負の場合も含めた多桁計算を正しく行うためには，**リスト7.5** をどのように変更すれば良いか？

問7.5 **リスト7.5** (Pi2.java) において，結果の表示で5 桁ごと，または10 桁ごとに空白を入れるようにしたい．**リスト7.5** をどのように変更すれば良いか？

問7.6 自然対数の底e は

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} \cdots$$

と級数展開できる．この値を多桁計算で100 桁以上求めよ．ただし，任意精度の変数を使った計算は無効とする．